

2. Soal – Soal Logaritma

EBTANAS 99

1. Himpunan penyelesaian dari persamaan

${}^2 \log (x^2 - 2x + 1) = {}^2 \log (2x^2 - 2)$ dan merupakan hasil pengerjaan adalah...

- A. -3 B. -2 C. 0 D. 2 E. 3

jawab:

$$\begin{aligned} x^2 - 2x + 1 &= 2x^2 - 2 \\ \Leftrightarrow 0 &= 2x^2 - 2 - x^2 + 2x - 1 \\ \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 &= 0 \\ \Leftrightarrow (x + 3)(x - 1) &= 0 \\ \text{didapat } x &= -3 \text{ atau } x = 1 \end{aligned}$$

ingat bahwa :

${}^a \log f(x) \rightarrow$ syarat $f(x) > 0$

untuk $x = 1 \rightarrow f(x) = 0$; tidak berlaku

sehingga yang berlaku $x = -3$

jawabannya adalah A

UN2004

2. Jika $\log 2 = 0.301$ dan $\log 3 = 0.477$, maka

$$\log \sqrt[3]{225} =$$

- A. 0.714 C. 0.756 E. 0.784
B. 0.734 D. 0.778

jawab:

$$\begin{aligned} \log \sqrt[3]{225} &= \log 15^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3} \log 15 \\ &= \frac{2}{3} \log 5 \cdot 3 \\ &= \frac{2}{3} (\log 5 + \log 3) \\ &= \frac{2}{3} \left(\log \frac{10}{2} + \log 3 \right) \\ &= \frac{2}{3} (\log 10 - \log 2 + \log 3) \end{aligned}$$

$$= \frac{2}{3} (1 - 0.301 + 0.477)$$

$$= \frac{2}{3} (1.176) = 0.784$$

jawabannya adalah E

UMPTN1989

3. Penyelesaian dari $2^{\log x} = 1$ adalah....

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 10 E. $\frac{1}{10}$

jawab:

$$\begin{aligned} 2^{\log x} = 1 &\Leftrightarrow 2^{\log x} = 2^0 \\ \log x &= 0 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

Jawabannya adalah B

Catatan:

$$\log x \Leftrightarrow {}^{10} \log x$$

$${}^{10} \log x = 0$$

$$10^0 = x \quad (y = {}^a \log x \Leftrightarrow a^y = x)$$

$$x = 1$$

EBTANAS1999

4. Nilai x yang memenuhi pertidaksamaan

${}^3 \log (2x-5) < 2$ adalah:

- A. $\frac{3}{2} < x < 7$ C. $\frac{7}{2} < x < 7$ E. $x < \frac{7}{2}$
B. $\frac{5}{2} < x < 7$ D. $x < \frac{5}{2}$

Jawab:

$${}^3 \log (2x-5) < 2 \Leftrightarrow {}^3 \log (2x-5) < 2 \cdot {}^3 \log 3$$

$$\Leftrightarrow {}^3 \log (2x-5) < {}^3 \log 3^2$$

$$2x - 5 < 9$$

$$2x < 14$$

$$x < \frac{14}{2}$$

$$x < 7 \quad \dots (1)$$

Syarat logaritma $\log f(x) \rightarrow f(x) > 0$

$$\begin{aligned} 2x - 5 &> 0 \\ 2x &> 5 \\ x &> \frac{5}{2} \dots(2) \end{aligned}$$

Maka gabungan 1 dan 2 didapat

$$x > \frac{5}{2} \text{ dan } x < 7 \text{ atau dapat ditulis } \frac{5}{2} < x < 7$$

jawabannya adalah B

UN2004

5. Himpunan penyelesaian pertidaksamaan

$$\frac{1}{2} \log (x^2 - 8) < 0 \text{ adalah ...}$$

- A. $\{x | -3 < x < 3\}$
- B. $\{x | -2\sqrt{2} < x < 2\sqrt{2}\}$
- C. $\{x | x < -3 \text{ atau } x > 3\}$
- D. $\{x | x < -2\sqrt{2} \text{ atau } x > 2\sqrt{2}\}$
- E. $\{x | -3 < x < -2\sqrt{2} \text{ atau } 2\sqrt{2} < x < -3\}$

Jawab:

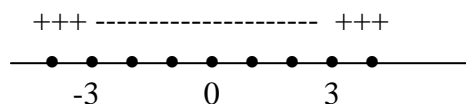
$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \log (x^2 - 8) < 0 &\Leftrightarrow \frac{1}{2} \log (x^2 - 8) < 0 \cdot \frac{1}{2} \log \frac{1}{2} \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{2} \log (x^2 - 8) < \frac{1}{2} \log \left(\frac{1}{2}\right)^0 \end{aligned}$$

(Ingat tanda berubah untuk $0 < a < 1, a = \frac{1}{2}$)

menjadi

$$\begin{aligned} x^2 - 8 &> 1 \\ x^2 - 9 &> 0 \\ (x-3)(x+3) &> 0 \end{aligned}$$

untuk pembuat nol didapat $x=3$ atau $x=-3$

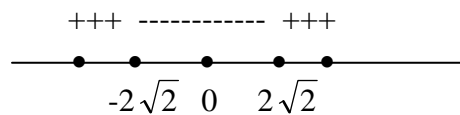


Nilai yang memenuhi adalah $x < -3$ atau $x > 3 \dots(1)$

jangan lupa syarat $\log f(x)$ yaitu $f(x) > 0$

$$(x^2 - 8) > 0$$

$$(x + 2\sqrt{2})(x - 2\sqrt{2}) > 0$$



Nilai yang memenuhi adalah $x < -2\sqrt{2}$ atau $x > 2\sqrt{2} \dots(2)$

Gabungan (1) dan (2)

- (i) $x > 3$ dan $x > 2\sqrt{2}$ (ambil yang terbesar) $\rightarrow x > 3$
- (ii) $x < -2\sqrt{2}$ dan $x < -3$ (ambil yang terkecil) $\rightarrow x < -3$

jadi himpunan penyelesaiannya adalah $x > 3$ atau $x < -3$
jawabannya adalah C

UN2006

6. Akar-akar persamaan ${}^4 \log (2x^2 - 3x + 7) = 2$ adalah x_1 dan x_2 . nilai $4 \cdot x_1 \cdot x_2 = \dots$

- A. -6 B. -18 C. 10 D. 18 E. 46

Jawab :

$${}^4 \log (2x^2 - 3x + 7) = 2$$

$$\Leftrightarrow {}^4 \log (2x^2 - 3x + 7) = 2 \cdot {}^4 \log 4$$

$$\Leftrightarrow {}^4 \log (2x^2 - 3x + 7) = {}^4 \log 4^2$$

$$2x^2 - 3x + 7 = 16$$

$$2x^2 - 3x - 9 = 0$$

$$(2x - 3)(x - 3) = 0$$

Didapat $x_1 = \frac{3}{2}$ dan $x_2 = 3$

Sehingga $4 \cdot x_1 \cdot x_2 = 4 \cdot \frac{3}{2} \cdot 3 = 18$

jawabannya adalah D

UN2007

7. Jika ${}^2 \log 3 = a$ dan ${}^3 \log 5 = b$, maka ${}^{15} \log 20 = \dots$

- A. $\frac{2}{a}$
- B. $\frac{2+ab}{a(1+b)}$
- C. $\frac{2+ab}{a}$
- D. $\frac{b+1}{2ab+1}$
- E. $\frac{a(1+b)}{2+ab}$

$$C. \frac{2}{a}$$

Jawab:

$${}^{15}\log 20 = \frac{\log 20}{\log 15} = \frac{{}^3\log 20}{{}^3\log 15} \quad (\text{bisa angka 2, 3, bebas, korelasikan dengan soal})$$

$$= \frac{{}^3\log 5 \cdot 4}{{}^3\log 5 \cdot 3} = \frac{{}^3\log 5 + {}^3\log 4}{{}^3\log 5 + {}^3\log 3}$$

$$= \frac{{}^3\log 5 + {}^3\log 2^2}{{}^3\log 5 + {}^3\log 3} = \frac{{}^3\log 5 + 2 \cdot {}^3\log 2}{{}^3\log 5 + {}^3\log 3}$$

$$({}^2\log 3 = \frac{\log 3}{\log 2} = a, \text{ maka } \frac{\log 2}{\log 3} = {}^3\log 2 = \frac{1}{a})$$

$$\frac{{}^3\log 5 + 2 \cdot {}^3\log 2}{{}^3\log 5 + {}^3\log 3} = \frac{b + 2 \cdot \frac{1}{a}}{b + 1} = \frac{b + \frac{2}{a}}{b + 1} = \frac{ab + 2}{a(b + 1)}$$

$$= \frac{ab + 2}{a(b + 1)} = \frac{2 + ab}{a(1 + b)}$$

Jawabannya adalah B

UN2006

8. Himpunan penyelesaian

$${}^5\log (x-2) + {}^5\log (2x+1) = 2 \text{ adalah...}$$

A. $\{1\frac{1}{2}\}$ C. $\{4\frac{1}{2}\}$ E. $\{3, 4\frac{1}{2}\}$

B. $\{3\}$ D. $\{1\frac{1}{2}, 3\}$

Jawab:

$${}^5\log (x-2) + {}^5\log (2x+1) = 2 \cdot {}^5\log 5$$

$${}^5\log \{ (x-2) \cdot (2x+1) \} = {}^5\log 5^2$$

$$(x-2) \cdot (2x+1) = 25$$

$$2x^2 - 3x - 2 = 25$$

$$2x^2 - 3x - 27 = 0$$

$$(2x - 9)(x + 3) = 0$$

$$x = 4\frac{1}{2} \text{ atau } x = -3$$

ingat syarat $\log f(x) \rightarrow f(x) > 0$

sehingga yang berlaku adalah $x = 4\frac{1}{2}$

jawabannya adalah C

EBTANAS 1993

9. Jika ${}^8\log b = 2$ dan ${}^4\log d = 1$, hubungan antara nilai b dan d adalah....

- A. $b = \sqrt{d^3}$ D. $b = d^{\frac{1}{3}}$
 B. $b = 3d$ E. $b = d^3$
 C. $b = \frac{1}{3}d$

Jawab:

$${}^8\log b = 2 \quad \dots(1)$$

$${}^4\log d = 1 \quad \dots(2)$$

hubungan (1) dan (2)

$$\frac{{}^8\log b}{{}^4\log d} = \frac{2}{1}$$

$${}^8\log b = 2 \cdot {}^4\log d$$

$$\frac{\log b}{\log 8} = 2 \cdot \frac{\log d}{\log 4}$$

$$\frac{\log b}{\log 2^3} = 2 \cdot \frac{\log d}{\log 2^2}$$

$$\frac{\log b}{3\log 2} = 2 \cdot \frac{\log d}{2\log 2}$$

$$\frac{1}{3} \log b = \frac{\log d}{\log 2}$$

$$\frac{1}{3} \cdot {}^2\log b = {}^2\log d$$

$${}^2\log b^{\frac{1}{3}} = {}^2\log d$$

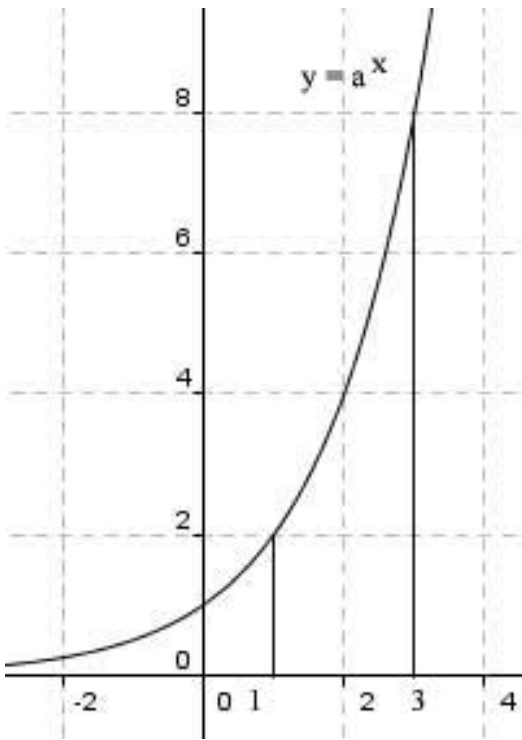
$$b^{\frac{1}{3}} = d$$

$$b = d^3$$

jawabannya adalah E

UNAS2009

10. Perhatikan grafik fungsi eksponen berikut



Persamaan grafik fungsi invers pada gambar adalah....

- A. $2 \log x$
- B. $-2 \log x$
- C. $^2 \log x$
- D. $^{\frac{1}{2}} \log x$
- E. $^{\frac{1}{2}} \log x$

jawab:

grafik fungsi logaritma merupakan invers dari grafik eksponennya..

diketahui grafik eksponen $y = a^x$
maka fungsi logaritmanya (fungsi inversnya) adalah:
 $y = f(x) = {}^a \log x$
yang kita cari adalah nilai a nya

kita lihat titik-titik grafik:

x	y
0	1
1	2

2	4
3	8

$$y = a^x$$

$$a = y^{\frac{1}{x}} = \sqrt[x]{y}$$

untuk mudahnya ambil nilai $x = 2$, karena $\sqrt[2]{y} = \sqrt{y}$

maka $a = \sqrt{y}$ untuk $x = 2$ dimana $y = 4$

didapat $a = \sqrt{4} = \pm 2$

yang berlaku adalah $+2$ karena dari grafik terlihat $a > 0$

jadi $y = f(x) = {}^a \log x = {}^2 \log x$

jawabannya adalah C